Prøve-eksamen

Prøve-eksamen, 25/4 kl 10:15-12:15.

Oppgave 1

I denne oppgaven skal vi se på målinger av hardhet til metalliske materialer. Hardheten måles ved at en diamantspiss trykkes inn i materialet under standardiserte betingelser, og størrelsen på inntrykksområdet måles. Jo mindre tallverdi man får ved denne hardhetsmålingen, jo hardere er materialet. Hardhetsmålingene har en viss usikkerhet, og det er vanlige å anta at målingene er uavhengige og normalfordelte med forventningsverdi μ og standardavvik σ. Verdiene på μ og σ er ulike for ulike materialer.

På neste side er det oppgitt en rekke resultater fra R, noen av disse vil du trenger for å løse oppgavene under.

I punkt a) under skal vi anta at hardhetsmålinger for et bestemt materiale gir resultater som er normalfordelte med forventingsverdi 50.5 og standardavvik 1.1.

a) Regn ut sannsynligheten for at en hardhetsmåling gir et resultat under 50.0.

   Regn ut sannsynligheten for at gjennomsnittet av ti hardhetsmålinger gir et resultat under 50.0.

Hardheten til et nyutviklet materiale skal undersøkes. Ti målinger med det nye materialet gir et gjennomsnitt på 49.86 og et utvalgsstandardavvik på 1.24

b) Lag et 99% konfidensintervall for forventet hardhet, μ, for det nye materialet.

Man er interessert i å avgjøre om det ny materialet er hardere enn materialet vi så på i punkt a) (som altså hadde forventet hardhet lik 50.5).

c) Formuler problemstillingen som en hypotesetest.

   Utfør testen, og forklar hva resultatet betyr i praksis. Bruk 5% nivå og dataene gitt før punkt b).

   Finn testens p-verdi.

Noen av resultatene fra R gitt under vil komme til nytte i oppgaven:

```
> pnorm(-4.55)
[1] 2.682296e-06
> pnorm(-1.44)
[1] 0.0749337
> pnorm(-1.36)
[1] 0.08691496
> pnorm(-0.45)
[1] 0.3263552
> pnorm(-0.41)
[1] 0.340903
> pnorm(0.45)
[1] 0.6736448
> pnorm(1.44)
[1] 0.9250663
> qnorm(0.005, lower.tail = FALSE)
[1] 2.575829
> qnorm(0.025, lower.tail = FALSE)
[1] 1.959964
> qt(0.005, df=8, lower.tail = FALSE)
[1] 3.355387
> qt(0.025, df=8, lower.tail = FALSE)
[1] 2.306004
> qt(0.05, df=8, lower.tail = FALSE)
[1] 1.859548
> qt(0.005, df=9, lower.tail = FALSE)
[1] 3.249836
> qt(0.025, df=9, lower.tail = FALSE)
[1] 2.262157
> qt(0.05, df=9, lower.tail = FALSE)
[1] 1.833113
> pt(-1.84 ,df=8)
[1] 0.05152269
> pt(-1.63 ,df=8)
[1] 0.07087446
> pt(-0.52 ,df=8)
[1] 0.3085712
> pt(0.52 ,df=8)
[1] 0.6914288
> pt(1.63 ,df=8)
[1] 0.9291255
> pt(1.84 ,df=8)
[1] 0.9484773
> pt(-1.84 ,df=9)
[1] 0.0494558
> pt(-1.63 ,df=9)
[1] 0.06877004
> pt(-0.52 ,df=9)
[1] 0.3078054
> pt(0.52 ,df=9)
[1] 0.6921946
> pt(1.63 ,df=9)
[1] 0.93123
> pt(1.84 ,df=9)
[1] 0.9505442
```

Oppgave 2

Levetiden i år til en bestemt type pumper er eksponentialfordelt med parameter $\lambda = 0.2$

a) Hva er forventet levetid til en slike pumpe? Hva er standardavviket til levetiden?

Hva er sannsynligheten for at en slike pumpe fungerer i mer enn 5 år?

I et system brukes tre slike pumper, og for at systemet skal kunne fungerer må alle tre pumpene fungerer. Anta at pumpene feiler uavhengig av hverandre. Et slikt system hvor alle delen må fungere for at systemet skal fungere kalles et serie-system. Man kan bruke simulering til å studere levetiden til systemet.

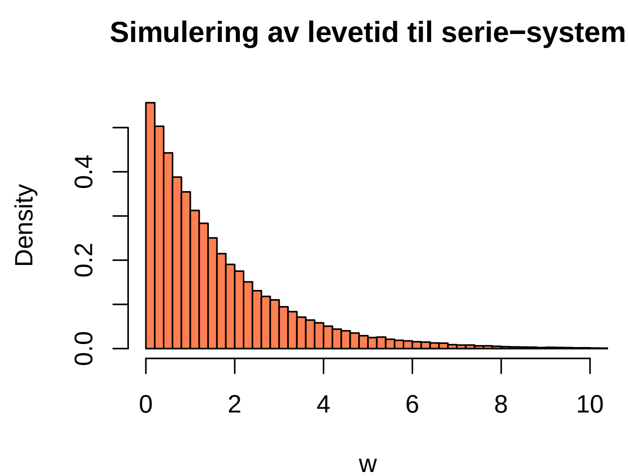
Kode for å simulere levetiden til systemet 100 000 ganger er gitt her:

```
nsim <- 100000
w <- numeric(nsim)
for(i in 1:nsim)
  w[i] <- min(rexp(3,rate=0.2))   # Levetid til systemet
```

Noen oppsummeringer av resulateter av å kjøre simuleringskoden:

```
> median(w)
[1] 1.163124
> mean(w)
[1] 1.665677
> sd(w)
[1] 1.663069
> mean(w>5)
[1] 0.04942
> mean(w<5)
[1] 0.95058
> mean(w>2 & w<5)
[1] 0.25133

hist(w, xlab="w",main="Simulering av levetid til serie-system",
     xlim=c(0,10), col="coral", probability=TRUE,breaks=100)
```



b) Hva er estimert forventet levetid for systemet beskrevet på forrige side?

Hva er estimert sannsynlighet for at systemet vil fungere i mindre enn 5 år?

Vis også hvordan du kan finne sannsynligheten for at systemet fungerer i mindre enn 5 år ved regning (uten å bruke simuleringsresultatene.)

c) Anta nå at de tre pumpene har uavhengige og eksponentialfordelte levetider med ulike forventingsverdier, hhv 5, 6 og 7 år. Forklar hvordan simuleringskoden må endres for å ta hensyn til dette.

Anta nå at vi har et system med fire pumper, alle med uavhengige og eksponentialfordelte levetider med forventning 5 år, hvor systemet fungerer så lenge minst tre av pumpene fungerer. Forklar hvordan simuleringskoden må endres for å ta hensyn til dette.

Oppgave 3

En liten kiosk selger blant mye annet en bestemt avis. Antall eksemplarer av denne avisen som etterspørres per dag kan antas å være Poisson-fordelt med forventning $\lambda = 2.5$

a) Hva er sannsynligheten for at etterspørselen en dag er nøyaktig 3 aviser?

Hva er sannsynligheten for at etterspørselen en dag er på mer enn 3 aviser?

Kiosken tar hver dag inn 4 eksemplarer av den aktuelle avisen. Kiosken tjener 10 kroner på hver avis som blir solgt, og taper 2 krone på hver avis som ikke blir solgt.

b) Hva blir kioskens forventede fortjeneste per dag fra salg av den aktuelle avisen?